Логические исследования
2016. Т. 22. № 1. С. 70–81
УДК 162.2+510.645.3

Logical Investigations
2016, vol. 22, no 1, pp. 70–81

В.И. Маркин

Интерпретация категорических высказываний в терминах релевантного следования

Маркин Владимир Ильич
Кафедра логики, философский факультет МГУ им. М.В. Ломоносова.
119991, Российская Федерация, Москва, ГСП-1,
Ломоносовский проспект, д. 27, корп. 4.
E-mail: vladimirmarkin@mail.ru

В статье формулируется нестандартная семантика языка позитивной силлогистики, в которой значимость элементарных формул (форм категорических высказываний) определяется в терминах релевантного следования. Эта идея реализуется в рамках предложенного В.И. Шалаком [3] подхода к построению семантики силлогистики: субъектам и предикатам категорических высказываний сопоставляются в качестве значений формулы языка пропозициональной логики, а определение значимости силлогистических формул использует отношение классической выводимости. В данной работе это отношение заменяется на отношение следования в релевантной логике **FDE**. Интерпретационная функция δ ставит в соответствие каждому общему термину некоторую формулу пропозиционального языка с исходными связками $\neg$, $\wedge$ и $\vee$. Постулируются следующие условия значимости формул силлогистики при интерпретации δ: SaP значима, е.т.е. из $\delta(S)$ релевантно следует $\delta(P)$; SeP значима, е.т.е. из $\delta(S)$ релевантно следует $\neg\delta(P)$; SiP значима, е.т.е. из $\delta(S)$ не следует релевантно $\neg\delta(P)$; SoP значима, е.т.е. из $\delta(S)$ не следует релевантно $\delta(P)$; для сложных формул стандартные. Силлогистическое исчисление, формализующее класс общезначимых формул, содержит следующие постулаты: классические тавтологии, схемы аксиом $(MaP \wedge SaM) \supset SaP$, $(MeP \wedge SaM) \supset SeP$, $SeP \supset PeS$, SaS, $SiP \equiv \neg SeP$, $SoP \equiv \neg SaP$, единственное правило вывода — *modus ponens*. Доказываются метатеоремы о семантической непротиворечивости и полноте данного исчисления относительно «релевантизированной» семантики.

Ключевые слова: силлогистика, категорические высказывания, релевантное следование, семантика, исчисление, метатеорема о непротиворечивости, метатеорема о полноте

Идею построения релевантных аналогов для различных логических систем выдвигал и активно поддерживал Е.К. Войшвилло. Он рассматривал релевантную логику не как *раздел* современной логики, а как ее новый *этап* и ставил задачу построения теории непарадоксального, релевантного следования не только применительно к системам классической логики, но и для неклассических логических теорий. Впечатляющие результаты в этом направлении были получены, например, Я.В. Шрамко [4] относительно интуиционистской логики.

Вопрос о «релевантизации» систем силлогистики тоже, как говорится, витал в воздухе. Но в чем эта «релевантизация» должна была заключаться? Силлогистические исчисления после известной работы Я. Лукасевича [5] формулируются обычно как надстройка над классическим исчислением высказываний. Для формул такого языка можно, в принципе, определить непарадоксальное отношение следования, а в сам язык добавить синтаксический аналог данного отношения — релевантную импликацию. Такой подход имеет право на существование, но он, скорее всего, не даст сколько-нибудь интересных следствий для принципов и законов самой силлогистики. Собственно силлогистические аксиомы известных ее систем не вызывают особых сомнений и критики с позиций теории релевантного следования.

Другой возможный подход к решению данной задачи состоит в том, чтобы отношение релевантного следования использовалось при семантической трактовке самих элементарных формул языка силлогистики (форм категорических высказываний). Но для этого должна быть в корне изменена стандартная, экстенсиональная парадигма, доминирующая при построении семантик силлогистических исчислений. Идея «релевантизации» силлогистики, понимаемой в указанном выше ключе, может быть успешно реализована в рамках оригинального подхода к построению семантик для систем силлогистики, который был недавно предложен В.И. Шалаком [3]. Интерпретация силлогистических формул была названа им «синтаксической», поскольку возможными значениями субъектов и предикатов категорических высказываний в построенной им семантике являются не множества предметов, а формулы языка пропозициональной логики.

В.И. Шалак сформулировал адекватную «синтаксическую» интерпретацию для известной силлогистики **ФС** — исчисления, дедуктивно эквивалентного системе Дж. Шефердсона [6], **ФС** формализует позитивный фрагмент так называемой *фундаментальной силлогистики*. Ее дедуктивными постулатами являются схемы аксиом

A0. Схемы аксиом классического исчисления высказываний,

A1. $(MaP \wedge SaM) \supset SaP$,	**A5**. $SiP \supset SiS$,
A2. $(MeP \wedge SaM) \supset SeP$,	**A6**. $SoP \supset SiS$,
A3. $SeP \supset PeS$,	**A7**. $SiP \equiv \neg SeP$,
A4. SaS,	**A8**. $SoP \equiv \neg SaP$,

и единственное правило вывода — *modus ponens*. Понятие доказательства обычное.

Для интерпретации языка **ФС** В.И. Шалак вводит функцию δ, которая сопоставляет каждому общему термину формулу языка классической логики высказываний, содержащего — в качестве исходных — связки $\neg$, $\wedge$ и $\vee$. Условия значимости атомарных формул силлогистического языка при некоторой интерпретации δ определяются так:

$\delta \models SaP$, е.т.е. $\delta(S) \vdash \delta(P)$,
$\delta \models SeP$, е.т.е. $\delta(S), \delta(P) \vdash \mathbf{f}$,
$\delta \models SiP$, е.т.е. $\delta(S), \delta(P) \nvdash \mathbf{f}$,
$\delta \models SoP$, е.т.е. $\delta(S) \nvdash \delta(P)$,

где «$\delta \models A$» означает, что силлогистическая формула A значима при интерпретации δ, «$\mathbf{f}$» — константа ложности, а «$\vdash$» — отношение классической выводимости на множестве пропозициональных формул. Условия значимости сложных формул языка силлогистики стандартные.

Заметим, что условия значимости для SeP и SiP могут быть эквивалентным образом переформулированы:

$\delta \models SeP$, е.т.е. $\delta(S) \vdash \neg\delta(P)$,
$\delta \models SiP$, е.т.е. $\delta(S) \nvdash \neg\delta(P)$.

Зададимся вопросом, останется ли данная «синтаксическая» интерпретация адекватной силлогистическому исчислению **ФС**, если в условиях значимости формул классическую выводимость заменить на *релевантную*, и если нет, то какая система силлогистики адекватно формализует «релевантизированную» указанным образом семантику.

В качестве релевантной выводимости уместно рассмотреть выводимость в известной релевантной системе **FDE** либо ее семантический аналог — отношение первоуровневого релевантного следования ($\vDash_{rel}$), задаваемого, например, в семантике обобщенных описаний состояний Е.К. Войшвилло [1, с. 23–28].

Определение интерпретационной функции δ не меняется: она сопоставляет каждому общему термину формулу языка классической логики высказываний, не содержащей иных связок, кроме $\neg$, $\wedge$ и $\vee$.

Условия значимости для элементарных силлогистических формул (при интерпретации δ) модифицируются следующим образом:

(I1) $\delta \models SaP$, е.т.е. $\delta(S) \vDash_{rel} \delta(P)$,
(I2) $\delta \models SeP$, е.т.е. $\delta(S) \vDash_{rel} \neg\delta(P)$,
(I3) $\delta \models SiP$, е.т.е. $\delta(S) \nvDash_{rel} \neg\delta(P)$,
(I4) $\delta \models SoP$, е.т.е. $\delta(S) \nvDash_{rel} \delta(P)$.

Условия значимости для сложных формул остаются классическими.

Формула A языка позитивной силлогистики называется общезначимой, если и только если $\delta \models A$ при любой интерпретации δ.

Некоторые аксиомы системы **ФС** общезначимы в «релевантизированной» семантике. Однако, **A5** и **A6** перестают быть схемами общезначимых формул.

Допустим, что $\delta(S) = q \wedge \neg q$, а $\delta(P) = r$. При выборе такого δ формула SiP значима (так как $q \wedge \neg q \nvDash_{rel} \neg r$), и формула SoP значима (так как $q \wedge \neg q \nvDash_{rel} r$), но формула SiS не является значимой, поскольку $q \wedge \neg q \vDash_{rel} q \wedge \neg q$. В силу этого, формулы $SiP \supset SiS$ и $SoP \supset SiS$ не являются значимыми при указанном δ, поэтому они необщезначимы.

Силлогистическое исчисление с постулатами **A0**, **A1**–**A4**, **A7**–**A8** и *modus ponens* рассматривалось мною ранее [2]. Это система **ИФС**, адекватно формализующая один из вариантов «интенсиональной» семантики силлогистического языка.

Продемонстрируем непротиворечивость и полноту исчисления **ИФС** относительно «релевантизированной» семантики В.И. Шалака.

Теорема 1. ***Метатеорема о непротиворечивости.*** *Всякая теорема исчисления **ИФС** общезначима.*

Доказательство. В силу того, что условия значимости сложных формул задаются как в классической логике, все аксиомы **A0** общезначимы, а правило *modus ponens* сохраняет общезначимость.

Аксиомы **A1** и **A2** общезначимы в силу транзитивности релевантного следования в **FDE**: $(\alpha \vDash_{rel} \beta \mathbin{\dot{\wedge}} \beta \vDash_{rel} \gamma) \Rightarrow \alpha \vDash_{rel} \gamma$ (где α, β и γ — формулы пропозиционального языка).

Аксиома **A3** общезначима в силу следующего свойства релевантного следования: $\alpha \vDash_{rel} \neg\beta \Rightarrow \beta \vDash_{rel} \neg\alpha$.

Аксиома **A4** общезначима, поскольку релевантное следование рефлексивно: $\alpha \vDash_{rel} \alpha$.

Условия значимости **A7** и **A8** в нашей семантике тавтологичны, поэтому и эти аксиомы в ней общезначимы.

Таким образом, все аксиомы исчисления **ИФС** общезначимы, а единственное правило этой системы сохраняет свойство «быть общезначимой формулой». □

Доказательство обратной метатеоремы (теоремы о полноте **ИФС**) ведем методом Хенкина.

Назовем множество формул Γ силлогистического языка **ИФС**-*непротиворечивым*, если и только если оно не содержит формул $A_1, A_2, ..., A_n$ таких, что формула $\neg(A_1 \wedge A_2 \wedge ... \wedge A_n)$ доказуема в **ИФС**.

В дальнейшем нам достаточно будет ограничиться рассмотрением непротиворечивых множеств, формулы которых содержат *конечное* число общих терминов. Пусть $\mathcal{T}$ — произвольное конечное множество терминов, а $\mathcal{F}_{\mathcal{T}}$ — множество всех формул силлогистического языка, не содержащих иных терминов, кроме элементов $\mathcal{T}$.

Назовем множество формул Δ **ИФС**-*максимальным* относительно $\mathcal{T}$, если и только если Δ **ИФС**-непротиворечиво и для любой формулы $A \in \mathcal{F}_{\mathcal{T}}$ верно: $A \in \Delta$ или $\neg A \in \Delta$.

Стандартным образом доказывается аналог леммы Линденбаума:

Лемма 1. *Произвольное **ИФС**-непротиворечивое множество формул Γ такое, что множество общих терминов $\mathcal{T}$ в формулах из Γ является конечным, можно расширить до **ИФС**-максимального относительно $\mathcal{T}$ множества Δ.*

Любое **ИФС**-максимальное относительно $\mathcal{T}$ множество формул обладает важными свойствами (для произвольных формул A и B из $\mathcal{F}_{\mathcal{T}}$):

(а) если A теорема **ИФС**, то $A \in \Delta$;

(б) если $A \supset B \in \Delta$ и $A \in \Delta$, то $B \in \Delta$;

(в) $\neg A \in \Delta$, е.т.е. $A \notin \Delta$;

(г) $A \wedge B \in \Delta$, е.т.е. $A \in \Delta$ и $B \in \Delta$;

(д) $A \vee B \in \Delta$, е.т.е. $A \in \Delta$ или $B \in \Delta$;

(е) $A \supset B \in \Delta$, е.т.е. $A \in \Delta \Rightarrow B \in \Delta$;

(ж) $A \equiv B \in \Delta$, е.т.е. $A \in \Delta \Leftrightarrow B \in \Delta$.

В дальнейшем, с целью упрощения метатеоретических рассуждений, будем полагать, что алфавит объектного языка силлогистики содержит следующий список общих терминов: $P_1, P_2, ...$, а алфавит языка пропозициональной логики — следующий список пропозициональных переменных: $p_1, p_2, ...$ В метаязыке мы используем в качестве синтаксических переменных по общим терминам большие латинские буквы: S, P, Q, R, M, а в качестве метазнаков для пропозициональных переменных — малые латинские буквы: s, p, q, r, m. Договоримся, что малая буква представляет пропозициональную переменную с индексом j (то есть p_j) тогда и только тогда, когда соответствующая большая буква представляет общий термин с тем же индексом (а именно, термин P_j).

С каждым **ИФС**-максимальным относительно конечного $\mathcal{T}$ множеством формул Δ будем ассоциировать каноническую интерпретацию общих терминов δ_Δ.

Если термин Q отсутствует в $\mathcal{T}$, то $\delta_\Delta(Q) = q$ (то есть, согласно только что принятому соглашению, δ_Δ сопоставляет произвольному общему термину P_j формулу языка логики высказываний p_j — пропозициональную переменную с тем же индексом). Этот пункт необходим исключительно для того, чтобы обеспечить всюду определенность δ_Δ.

Пусть теперь $Q \in \mathcal{T}$. Зададим сначала связанную с множеством Δ функцию π_Δ, которая каждому термину из $\mathcal{T}$ сопоставляет множество литералов — пропозициональных переменных и (или) их отрицаний: $\pi_\Delta(Q) = \{r : QaR \in \Delta\} \cup \{\neg r : QeR \in \Delta\}$. $\delta_\Delta(Q)$ в этом случае будет представлять собой конъюнкцию всех литералов из $\pi_\Delta(Q)$. Для того чтобы обеспечить однозначность отображения δ_Δ, положим, что члены этой элементарной конъюнкции упорядочены так: положительные литералы (пропозициональные переменные) предшествуют в ней отрицательным (отрицаниям переменных), а среди как положительных, так и отрицательных литералов каждый литерал с меньшим индексом предшествует каждому литералу с большим индексом.

Для упрощения доказательства основной леммы обоснуем два вспомогательных утверждения. Существенным образом будем использовать при этом синтаксический критерий релевантного первоуровнего следования $\models_{rel}$, предложенный Е.К. Войшвилло [1, с. 38–40]: $\alpha \models_{rel} \beta$, если и только если для каждого дизъюнктивного члена α_i ДНФ α существует дизъюнктивный член β_j ДНФ β такой, что множество конъюнктивных членов (литералов) β_j есть подмножество множества конъюнктивных членов (литералов) α_i.

Лемма 2. *Пусть Δ — произвольное* ***ИФС****-максимальное относительно конечного $\mathcal{T}$ множество формул, и пусть S и P — общие термины из $\mathcal{T}$. Тогда $\delta_\Delta(S) \models_{rel} \delta_\Delta(P)$, если и только если $\pi_\Delta(P) \subseteq \pi_\Delta(S)$.*

Доказательство. Из определения δ_Δ вытекает, что формулы $\delta_\Delta(S)$ и $\delta_\Delta(P)$ находятся в дизъюнктивной нормальной форме, каждая из них является вырожденной ДНФ, состоящей из единственной элементарной конъюнкции. В данном случае, согласно критерию Войшвилло, для наличия релевантного следования второй формулы из первой необходимо и достаточно, чтобы каждый литерал из элементарной конъюнкции $\delta_\Delta(P)$ содержался в элементарной конъюнкции $\delta_\Delta(S)$. Но множество литералов в составе $\delta_\Delta(P)$ есть не что иное, как $\pi_\Delta(P)$, а множество литералов в составе $\delta_\Delta(S)$ есть $\pi_\Delta(S)$. $\square$

Лемма 3. *Пусть Δ — произвольное* ***ИФС****-максимальное относительно конечного $\mathcal{T}$ множество формул, и пусть S и P — общие термины из $\mathcal{T}$. Тогда $\delta_\Delta(S) \vDash_{rel} \neg\delta_\Delta(P)$, если и только если существует положительный литерал (пропозициональная переменная) r такой, что $r \in \pi_\Delta(S)$ и $\neg r \in \pi_\Delta(P)$, или существует положительный литерал r такой, что $\neg r \in \pi_\Delta(S)$ и $r \in \pi_\Delta(P)$.*

Доказательство. Выше уже отмечалось, что $\delta_\Delta(S)$ и $\delta_\Delta(P)$ представляют собой ДНФ, состоящие из одной элементарной конъюнкции. В системе **FDE** справедливы законы Де Моргана, а также законы введения и удаления двойного отрицания. В силу этого формула $\neg\delta_\Delta(P)$ релевантно эквивалентна дизъюнкции литералов (вырожденных конъюнкций), то есть некоторой ДНФ γ, причем каждый литерал в составе этой γ противоречит некоторому литералу из элементарной конъюнкции $\delta_\Delta(P)$. Поэтому, согласно критерию Войшвилло, $\delta_\Delta(S) \vDash_{rel} \neg\delta_\Delta(P)$ имеет место тогда и только тогда, когда в составе γ найдется литерал, входящий также и в состав $\delta_\Delta(S)$, а значит принадлежащий $\pi_\Delta(S)$. Но γ состоит из литералов, противоречащих элементам множества $\pi_\Delta(P)$. Следовательно, необходимым и достаточным условием релевантного следования $\neg\delta_\Delta(P)$ из $\delta_\Delta(S)$ является существование пары противоречащих литералов, один из которых содержится в $\pi_\Delta(S)$, а другой в $\pi_\Delta(P)$. Здесь имеются две возможности: положительный литерал r может принадлежать $\pi_\Delta(S)$, а его отрицание $\neg r$ принадлежать $\pi_\Delta(P)$, либо наоборот, $r \in \pi_\Delta(P)$, а $\neg r \in \pi_\Delta(S)$. $\square$

Перейдем к доказательству основной леммы о равносильности двух утверждений — о принадлежности силлогистической формулы некоторому **ИФС**-максимальному множеству формул Δ и о значимости этой формулы при канонической интерпретации, связанной с этим Δ.

Лемма 4. *Пусть Δ — произвольное множество формул,* ***ИФС****-максимальное относительно конечного множества терминов $\mathcal{T}$. Для любой формулы $A \in \mathcal{F}_\mathcal{T}$ верно: $\delta_\Delta \models A$, если и только если $A \in \Delta$.*

Доказательство. Доказательство ведется индукцией по числу связок в формуле A.

I. Пусть A есть SaP.

Докажем сначала, что $\delta_\Delta \models SaP \Rightarrow SaP \in \Delta$.

1. $\delta_\Delta \models SaP$	допущение
2. $\delta_\Delta(S) \vDash_{rel} \delta_\Delta(P)$	1; (I1)
3. $\pi_\Delta(P) \subseteq \pi_\Delta(S)$	2; Лемма 2
4. $PaP \in \Delta$	**A4**, (a)
5. $p \in \pi_\Delta(P)$	4; опр. π_Δ
6. $p \in \pi_\Delta(S)$	3, 5
7. $SaP \in \Delta$	6; опр. π_Δ

Докажем обратное утверждение: $SaP \in \Delta \Rightarrow \delta_\Delta \models SaP$.

1. $SaP \in \Delta$	допущение
+2. $r \in \pi_\Delta(P)$	
3. $PaR \in \Delta$	2; опр. π_Δ
4. $(PaR \wedge SaP) \supset SaR \in \Delta$	**A1**, (a)
5. $SaR \in \Delta$	3, 1, 4; (г), (б)
6. $r \in \pi_\Delta(S)$	5; опр. π_Δ
7. $\dot{\forall} r(r \in \pi_\Delta(P) \Rightarrow r \in \pi_\Delta(S))$	2–6; $\Rightarrow_i$, $\dot{\forall}_i$
+8. $\neg q \in \pi_\Delta(P)$	
9. $PeQ \in \Delta$	8; опр. π_Δ
10. $(PeQ \wedge SaP) \supset SeQ \in \Delta$	A2, (a)
11. $SeQ \in \Delta$	9, 1, 10; (г), (б)
12. $\neg q \in \pi_\Delta(S)$	11; опр. π_Δ
13. $\dot{\forall} r(\neg r \in \pi_\Delta(P) \Rightarrow \neg r \in \pi_\Delta(S))$	8–12; $\Rightarrow_i$, $\dot{\forall}_i$
14. $\pi_\Delta(P) \subseteq \pi_\Delta(S)$	7, 13
15. $\delta_\Delta(S) \vDash_{rel} \delta_\Delta(P)$	14; Лемма 2
16. $\delta_\Delta \models SaP$	15; (I1)

II. Пусть A есть SeP.

Докажем сначала, что $\delta_\Delta \models SeP \Rightarrow SeP \in \Delta$.

1. $\delta_\Delta \models SeP$	допущение
2. $\delta_\Delta(S) \vDash_{rel} \neg\delta_\Delta(P)$	1; (I2)
3. $\dot{\exists} r(r \in \pi_\Delta(S) \mathbin{\dot{\wedge}} \neg r \in \pi_\Delta(P)) \mathbin{\dot{\vee}}$ $\dot{\vee}\, \dot{\exists} r(\neg r \in \pi_\Delta(S) \mathbin{\dot{\wedge}} r \in \pi_\Delta(P))$	2; Лемма 3
+4. $\dot{\exists} r(r \in \pi_\Delta(S) \mathbin{\dot{\wedge}} \neg r \in \pi_\Delta(P))$	
5. $SaR \in \Delta \mathbin{\dot{\wedge}} PeR \in \Delta$	4; $\dot{\exists}_e$, опр. π_Δ
6. $PeR \supset ReP \in \Delta$	**A3**, (a)
7. $(ReP \wedge SaR) \supset SeP \in \Delta$	**A2**, (a)
8. $SeP \in \Delta$	5, 6, 7; (г),(б)

$+9.\ \dot{\exists} r(\neg r \in \pi_\Delta(S)\ \dot{\wedge}\ r \in \pi_\Delta(P))$	
10. $SeQ \in \Delta\ \dot{\wedge}\ PaQ \in \Delta$	9; $\dot{\exists}_e$, опр. π_Δ
11. $SeQ \supset QeS \in \Delta$	**A3**, (а)
12. $(QeS \wedge PaQ) \supset PeS \in \Delta$	**A2**, (а)
13. $PeS \supset SeP \in \Delta$	**A3**, (а)
14. $SeP \in \Delta$	10, 11, 12, 13; (г),(б)

15. $SeP \in \Delta$ 3, 4–8, 9–14; $\dot{\vee}_e$

Докажем обратное утверждение: $SeP \in \Delta \Rightarrow \delta_\Delta \models SeP$.

1. $SeP \in \Delta$	допущение
2. $\neg p \in \pi_\Delta(S)$	1; опр. π_Δ
3. $PaP \in \Delta$	**A4**, (а)
4. $p \in \pi_\Delta(P)$	3; опр. π_Δ
5. $\dot{\exists} r(\neg r \in \pi_\Delta(S)\ \dot{\wedge}\ r \in \pi_\Delta(P))$	2, 4
6. $\delta_\Delta(S) \vDash_{rel} \neg\delta_\Delta(P)$	5; Лемма 3
7. $\delta_\Delta \models SeP$	6; (I2)

III. Пусть A есть SiP.

Данный случай сводится к случаю II в силу того, что условия значимости формулы SiP противоречат условиям значимости формулы SeP, а также в силу наличия в **ИФС**-максимальном множестве аксиомы **A7**.

IV. Пусть A есть SoP.

Данный случай сводится к случаю I в силу того, что условия значимости формул SoP и SaP противоречат друг другу, и в силу наличия в **ИФС**-максимальном множестве аксиомы **A8**.

Разбор случаев, когда A — сложная формула, прост: используем индуктивное допущение, условия значимости сложных формул и свойства (а)–(ж) **ИФС**-максимального множества. □

Докажем теперь метатеорему о полноте исчисления **ИФС** относительно предложенной нами семантики.

Теорема 2. ***Метатеорема о полноте.*** *Всякая общезначимая формула доказуема в исчислении* ***ИФС****.*

Доказательство. Рассмотрим произвольную общезначимую формулу A. Допустим, что она недоказуема в **ИФС**. Тогда множество формул $\{\neg A\}$ **ИФС**-непротиворечиво. Пусть $\mathcal{T}$ — множество общих терминов, входящих в формулу A. Очевидно, что $\mathcal{T}$ является конечным. Согласно Лемме 1, $\{\neg A\}$ может быть расширено до **ИФС**-максимального относительно $\mathcal{T}$ множества формул Δ. Поскольку $\neg A \in \Delta$, постольку, в силу Леммы 4, $\delta_\Delta \models \neg A$. В силу семантики пропозиционального отрицания, A не является значимой при каноническом приписывании δ_Δ. Следовательно, формула A необщезначима. В рассуждении получено противоречие, значит допущение о недоказуемости A в **ИФС** неверно, и потому формула A является теоремой данного исчисления. $\square$

Таким образом, замена классической выводимости на релевантную в предложенной В.И. Шалаком «синтаксической» интерпретации формул силлогистики **ФС**, сужает класс собственно силлогистических законов этой системы. Интересным представляется вопрос о том, какие системы силлогистики окажутся адекватными при принятии в данной семантике иных отношений первоуровнего следования, а также при наложении разного рода ограничений на формулы пропозиционального языка, которые сопоставляются в качестве значений общим терминам категорических высказываний.

Литература

[1] *Войшвилло Е.К.* Философско-методологические аспекты релевантной логики. М.: Издательство Московского университета, 1988. 144 с.

[2] *Маркин В.И.* Фундаментальная силлогистика с интенсиональной точки зрения // Логические исследования. 2002. Вып. 9. С. 119–130.

[3] *Шалак В.И.* Синтаксическая интерпретация категорических атрибутивных высказываний // Логические исследования. 2015. №21(1). С. 60–78.

[4] *Шрамко Я.В.* Логическое следование и интуиционизм. Киев: ВИПОЛ, 1997. 180 с.

[5] *Łukasiewicz J.* Aristotle's Syllogistic From the Standpoint of Modern Formal Logic. Oxford Univ Press; 2nd edition, 1957. 222 p.

[6] *Shepherdson J.C.* On the Interpretation of Aristotelian Syllogistic // The Journal of Symbolic Logic. 1956. Vol. 21 (2). P. 137–147.

V.I. Markin

The Interpretation of Categorical Propositions in Terms of Relevant Entailment

Markin Vladimir Ilyich
Department of Logic, Faculty of Philosophy, Lomonosov Moscow State University.
Lomonosovsky prospect, 27–4, GSP-1, Moscow, 119991, Russian Federation.
E-mail: vladimirmarkin@mail.ru

In the paper we state a non-standard semantics for positive syllogistic language, where the validity of atomic formulas (the forms of categorical propositions) is defined in terms of relevant entailment. This idea is realized within the bounds of V.I. Shalack's approach to the construction of syllogistic semantics [3]: the formulas of propositional logic are assigned to the subjects and the predicates as their meanings, and the validity definitions for syllogistic formulas base on the relation of classical deducibility. In the paper we change this relation for the entailment relation of relevant system **FDE**. Interpretative function δ assigns a formula of the propositional language with primitive connectives $\neg$, $\wedge$ and $\vee$, for every universal term. We postulate the following validity conditions for syllogistic formulas under the interpretation δ: SaP is valid iff $\delta(S)$ entails $\delta(P)$ in **FDE**; SeP is valid iff $\delta(S)$ entails $\neg\delta(P)$; SiP is valid iff $\delta(S)$ doesn't entail $\neg\delta(P)$; SoP is valid iff $\delta(S)$ doesn't entail $\delta(P)$; for complex formulas they are usual. Syllogistic calculus formalized the set of logical valid formulas, contains the following postulates: classical tautologies, axiom schemes $(MaP \wedge SaM) \supset SaP$, $(MeP \wedge SaM) \supset SeP$, $SeP \supset PeS$, SaS, $SiP \equiv \neg SeP$, $SoP \equiv \neg SaP$, and the only rule *modus ponens*. The soundness and completeness theorems are proved.

Keywords: syllogistic, categorical propositions, relevant entailment, semantics, calculus, soundness theorem, completeness theorem

References

[1] Voishvillo, E.K. *Filosofsko-metodologicheskie aspekty relevantnoi logiki* [Philosophical and methodological aspects of relevant logic]. M.: Izdatel'stvo Moskovskogo universiteta, 1988. 144 p. (In Russian)

[2] Markin, V.I. "Fundamental'naya sillogistika s intensional'noi tochki zreniya" [Fundamental syllogistic from the intensional point of view], *Logicheskie issledovaniya* [Logical Investigations]. 2002, vol. 9, pp. 119–130. (In Russian)

[3] Shalack, V.I. "Sintaksicheskaya interpretatsiya kategoricheskikh atributivnykh vyskazyvanii" [Syntactic interpretation of categorical attributive propositions], *Logicheskie issledovaniya* [Logical Investigations]. 2015, vol. 21(1), pp. 60–78. (In Russian)

[4] Shramko, Ya.V. *Logicheskoe sledovanie i intuitsionizm* [Logical entailment and intuitionism]. Kiev: VIPOL, 1997. 180 p. (In Russian)

[5] Łukasiewicz, J. *Aristotle's Syllogistic From the Standpoint of Modern Formal Logic*. Oxford Univ Press; 2nd edition, 1957. 222 p.

[6] Shepherdson, J.C. "On the Interpretation of Aristotelian Syllogistic", *The Journal of Symbolic Logic*. 1956, vol. 21(2), p. 137–147.